

## ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

### 4 КЛАСС

Общее количество баллов **100**. Решение каждой задачи оценивается **Жюри из 20 баллов** в соответствии с разработанными критериями и методикой оценки:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное (верное) решение.
16-20	Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
12-16	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрены отдельные случаи, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
8-12	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
6-8	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
2-6	Рассмотрены частные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0-2	Решение начато, но продвижение незначительное.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.

### Вариант 1

1. 15 бельчат собирали маслята и рыжики. 9 бельчат нашли маслята, из них 4 нашли и маслята, и рыжики. Сколько бельчат нашли рыжики?

**Ответ.**10.

**Решение.** Только рыжики нашли  $15 - 9 = 6$  бельчат. Прибавим тех, кто нашёл и маслята, и рыжики:  $6 + 4 = 10$  бельчат.

**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. Нарисована верная схема, но вычисления не верны – 10 баллов. В начале решения допущена ошибка – 5 баллов. Только верный ответ – 5 баллов. За арифметическую ошибку снимается 5 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

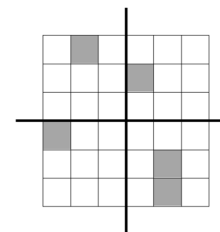
2. Коля, Алёна, и ещё 9 детей пошли в тир. Там было 8 мишеней, и каждый из 11 детей сделал по одному выстрелу в каждую мишень. В результате каждый из детей, кроме Алёны, попал одинаковое число раз, а Алёна попала 8 раз, и в каждую мишень попало 6 пуль. Сколько было попаданий у Коли?

**Ответ.**4.

**Решение.** Всего попаданий было  $8 \cdot 6 = 48$ . Остальные дети, кроме Алёны, попали  $48 - 8 = 40$  раз. Значит, каждый из остальных детей попал  $40 : 10 = 4$  раза.

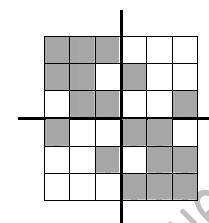
**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. Решение начато, но продвижения нет – 2 балла. Только верный ответ без обоснования – 2 балла. Только неверный ответ – 0 баллов. Решение содержит арифметические ошибки – минус 5 баллов.

3. В квадрате  $6 \times 6$  некоторые клетки закрашены. Закрасьте ещё клетки, чтобы при сгибании квадрата по любой прямой из двух (см. рисунок) закрашенные клетки совмещались с белыми, а белые – с закрашенными. Сколько белых клеток останется?



**Ответ.**18.

**Решение.**



**Комментарий.** Приведён верный рисунок (или его словесное описание) – 20 баллов. Решена задача с изменёнными условиями (совмещаются клетки, одинаковые по цвету, симметрия относительно другой прямой) – 5 баллов. Решение начато, но продвижения нет – 2 балла. Только ответ без рисунка и объяснения – 0 баллов.

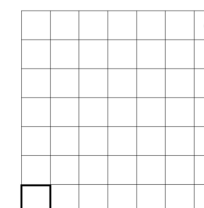
4. Во время перемены в классе остались четыре девочки: Аня, Вера, Катя и Лена. Аня сказала: «У меня тут нет подружек», потом Вера заявила: «У меня тут ровно одна подружка», затем добавила Катя: «У меня ровно две подружки», последней сказала Лена: «А у меня три подружки!». Оказалось, что девочки, имеющие чётное количество подружек, сказали правду, а имеющие нечётное – солгали. Кто с кем дружит?

**Ответ.** Аня дружит только с Верой; Вера дружит с Аней, Катей и Леной; Катя дружит только с Верой; Лена дружит только с Верой.

**Решение.** Так как Вера и Лена не могли сказать правду, то у Лены обязательно одна подружка, а у Веры – три. Это значит, что Вера дружит со всеми в этой компании, а Лена – только с Верой. Осталось выяснить, дружат ли Аня и Катя. Если дружат, то у них у каждой по 2 подружки. Тогда они обе должны были сказать правду. Но Аня солгала. Значит, такой вариант невозможен.

**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. В обосновании есть пробелы, но получен верный ответ – 15 баллов. Полный верный ответ без обоснования – 5 баллов. Решение начато, но не закончено – 5 баллов. Приведены некоторые рассуждения, но они содержат ошибку – 2 балла. Только неверный ответ – 0 баллов.

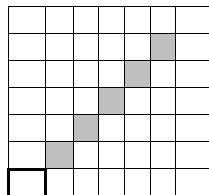
5. Два бельчонка, рыжий и серый, играют в такую игру. Они начертили на земле квадрат  $7 \times 7$  клеток, в правую верхнюю клетку положили орех (на рисунке он обозначен буквой **О**). За один ход можно переложить орех на любое количество клеток или влево, или вниз. Кто первый положит орех в левую нижнюю



клетку, тот выиграет. Первый ход делает рыжий бельчонок. Кто из бельчат всегда может выиграть?

**Ответ.** Серый бельчонок.

**Решение.** После любого хода рыжего бельчонка серый бельчонок должен переложить орех в закрашенную клетку диагонали. С этих клеток невозможно за один ход попасть в правую верхнюю клетку, поэтому рыжий бельчонок не сможет выиграть, как бы он ни ходил.



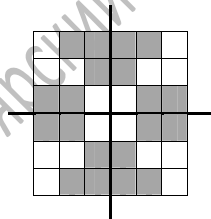
**Комментарий.** Полное обоснованное решение – 20 баллов. В решении есть идея использования диагонали, но стратегия не прописана – 10 баллов. Приведены некоторые рассуждения, но они содержат ошибку – 2 балла. При отсутствии решения за потенциально полезные идеи – 2 балла. Приведён только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

## Вариант 2

1. В прямоугольнике  $6 \times 6$  некоторые клетки закрашены. Закрасьте ещё **как можно меньше** клеток, чтобы при сгибании квадрата по любой прямой из двух (см. рисунок) закрашенные клетки совмещались с закрашенными, а белые с белыми. Какое наибольшее число белых клеток останется?

**Ответ.16.**

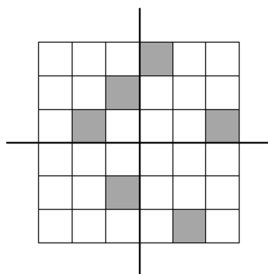
**Решение.**



**Комментарий.** Решена задача с изменёнными условиями (совмещаются клетки, разные по цвету, симметрия относительно другой прямой) – 5 баллов. Рисунок соответствует условию, но полученное число белых клеток не максимально – 10 баллов. Ответ без рисунка со ссылкой на симметрию – 10 баллов. Решение начато, но продвижения нет – 2 балла. Неверный рисунок – 0 баллов. Только ответ без рисунка и обоснования – 0 баллов.

2. На факультативе занимается 9 четвероклассников. Им задали решить 6 задач. Все, кроме Саши и Вани, решили по 4 задачи. Каждую задачу решили 5 четвероклассников. Сколько задач решили вместе Саша и Ваня?

**Ответ.2.**



**Решение.** Всего решенных задач было  $6 \cdot 5 = 30$ . Из них остальные дети, кроме Саши и Вани, решили  $7 \cdot 4 = 28$ . Значит, Саша и Ваня решили вместе  $30 - 28 = 2$  задачи.

**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. В решении содержится ошибка – 5 баллов. Только верный ответ без обоснования – 2 балла. Только неверный ответ – 0 баллов. Решение содержит арифметические ошибки – минус 5 баллов.

3. Из мешка, в котором 7 кг кедровых орехов, надо отмерить в пакет ровно 1 кг. Как сделать это за три взвешивания, если можно использовать чашечные весы и одну гирию весом 600 г?

**Решение.** 1) Поместим на одну чашку гирию и разложим все орехи, чтобы они уравновесились – получим 3,2 кг орехов на чашке, где гирия. 2) Разложим 3,2 кг на двух чашках поровну, получим 1,6 кг. 3) Уравновесим 1,6 кг с одной стороны и гирию с добавленными орехами с другой стороны. Добавленные орехи весят 1 кг.

**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. Число взвешиваний равно 4 – 10 баллов. Число взвешиваний больше 4 – 5 баллов. Решение начато, но продвижения нет – 2 балла. Решение отсутствует или содержит грубые ошибки – 0 баллов.

4. Аня, Майя, и Люба принесли своих кошек делать прививку (каждая принесла одну кошку). Кошки у них разной породы: одна сибирская, другая сиамская, третья персидская. Девочки стали договариваться об очереди. Хозяйка сибирской кошки сказала: я первая не пойду. Хозяйка персидской кошки сказала: я пойду сразу после Ани. Хозяйка сиамской кошки сказала: если Майя не пойдет второй, то я пойду сразу после Любы. Так они и сделали. В каком порядке заходили девочки, и какие у них кошки?

**Ответ.** 1 – Аня с сиамской кошкой, 2 – Майя с персидской кошкой, 3 – Люба с сибирской кошкой.

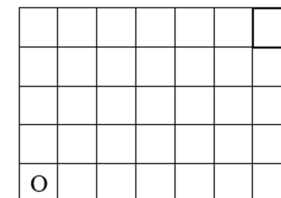
**Решение.** Из третьего утверждения следует, что хозяйка сиамской кошки – Аня. Из второго утверждения следует, что Аня не третья. Пусть Аня вторая. Тогда она идет сразу после Любы, которая идет первой. У первой не сибирская кошка, значит, персидская. Но хозяйка персидской кошки должна идти сразу после Ани. Противоречие.

Пусть Аня первая. Тогда за ней идет девочка с персидской кошкой, а третья – девочка с сибирской кошкой. Аня не идет после Любы, так как Аня первая. Значит, в третьем утверждении не должно выполняться условие, и Майя идет второй.

**Комментарий.** В обосновании есть пробелы, но получен верный ответ – 15 баллов.

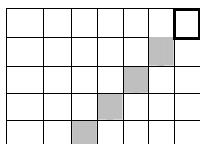
Полный верный ответ без обоснования – 5 баллов. Решение начато, но не закончено – 5 баллов. Приведены некоторые рассуждения, но они содержат ошибку – 2 балла. Только неверный ответ – 0 баллов.

5. Два бельчонка, рыжий и серый, играют в такую игру. Они начертили на земле прямоугольник  $5 \times 7$  клеток, в левую нижнюю клетку положили орех (на рисунке он обозначен буквой О). За один ход можно переложить орех на любое количество клеток или вправо, или вверх. Кто первый положит орех в правую верхнюю клетку, тот выиграет. Первый ход делает рыжий бельчонок. Кто из бельчат всегда может выиграть?



**Ответ.** Рыжий бельчонок.

**Решение.** Первым ходом рыжий бельчонок должен переложить орех в закрашенную клетку нижнего ряда, и после любого хода серого бельчонка перекладывать на закрашенные клетки. С этих клеток невозможно попасть в правую верхнюю клетку, поэтому серый бельчонок не сможет выиграть, как бы он ни ходил.



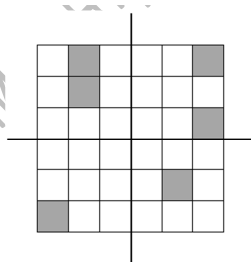
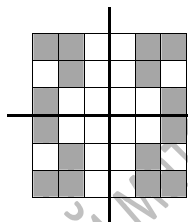
**Комментарий.** Полное обоснованное решение – 20 баллов. Стратегия в основном верная, но не использует первый ход – 15 баллов. В решении есть идея использования диагонали, но стратегия не прописана – 10 баллов. Решение проводится для прямоугольника других пропорций – 5 баллов. Приведены некоторые рассуждения, но они содержат ошибку – 2 балла. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

### Вариант 3

1. В прямоугольнике  $6 \times 6$  некоторые клетки закрашены в серый цвет. Закрасьте ещё **как можно меньше** клеток, чтобы при сгибании квадрата по любой прямой из двух (см. рисунок) серые клетки совмещались с серыми, а белые с белыми. Какое наибольшее число белых клеток останется?

**Ответ.** 20.

**Решение.**



**Комментарий.** Решена задача с изменёнными условиями (совмещаются клетки, разные по цвету, симметрия относительно другой прямой) – 5 баллов. Рисунок соответствует условию, но полученное число белых клеток не максимально – 10 баллов. Ответ без рисунка со ссылкой на симметрию – 10 баллов. Решение начато, но продвижения нет – 2 балла. Неверный рисунок – 0 баллов. Только ответ без рисунка и обоснования – 0 баллов.

2. 12 детей учили 8 стихотворений. Каждый из детей, кроме Дениса, выучил 3 стихотворения, и каждое стихотворение выучили 5 детей. Сколько стихотворений выучил Денис?

**Ответ.** 7.

**Решение.** Всего выученных стихотворений было  $8 \cdot 5 = 40$ . Остальные дети, кроме Дениса, выучили  $11 \cdot 3 = 33$  стихотворений. Значит, Денис выучил  $40 - 33 = 7$  стихотворений.

**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. В решении содержится ошибка – 5 баллов. Только верный ответ без обоснования – 2 балла. Только неверный ответ – 0 баллов. Решение содержит арифметические ошибки – минус 5 баллов.

3. Из мешка, в котором 14 кг мелких гвоздей, надо отмерить в пакет ровно 3 кг. Как сделать это за три взвешивания, если можно использовать чашечные весы и одну гирию весом г?

**Решение.** 1) Поместим на одну чашку гирию и разложим все гвозди так, чтобы они уравнились – получим 6,8 кг гвоздей на чашке, где гирия. 2) Разложим 6,8 кг на двух чашках поровну, получим 3,4 кг. 3) Уравновесим 3,4 кг с одной стороны и гирию с добавленными гвоздями с другой стороны. Добавленные гвозди весят 3 кг.

**Комментарий.** Верное обоснованное решение – 20 баллов. Число взвешиваний равно 4 – 10 баллов. Число взвешиваний больше 4 – 5 баллов. Решение начато, но продвижения нет – 2 балла. Решение отсутствует или содержит грубые ошибки – 0 баллов.

4. Три гнома, Умник, Ворчун и Простак, носят колпаки разных цветов. Они хотят по очереди спеть Белоснежке песенки. Гном в красном колпаке не хочет петь первым. Гном в синем колпаке хочет петь после Ворчуна. Гном в зеленом колпаке говорит: если Простак не будет петь вторым, то я буду петь сразу после Умника. Так они и сделали. В каком порядке пели гномы, и какого цвета у них колпаки?

**Ответ.** 1 – Ворчун в зеленом колпаке, 2 – Простак в синем колпаке, 3 – Умник в красном колпаке.

**Решение.** Из третьего утверждения следует, что в зеленом колпаке – Ворчун. Из второго утверждения следует, что Ворчун не третий. Пусть Ворчун второй. Тогда он поёт сразу после Умника, который поёт первым. У первого не красный колпак, значит, синий. Но Гном в синем колпаке хочет петь после Ворчуна. Противоречие.

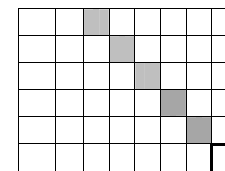
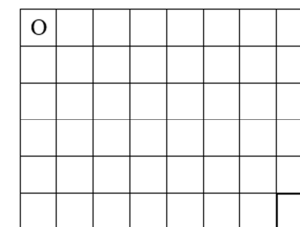
Пусть Ворчун первый. Тогда за ним поёт гном в синем колпаке, а третий – гном в красном колпаке. Ворчун не поёт после Умника, так как Ворчун первый. Значит, в третьем утверждении не должно выполняться условие, и Простак поёт вторым.

**Комментарий.** В обосновании есть пробелы, но получен верный ответ – 15 баллов. Полный верный ответ без обоснования – 5 баллов. Решение начато, но не закончено – 5 баллов. Приведены некоторые рассуждения, но они содержат ошибку – 2 балла. Только неверный ответ – 0 баллов.

5. Два бельчонка, рыжий и серый, играют в такую игру. Они начертили на земле прямоугольник  $6 \times 8$  клеток, в левую верхнюю клетку положили орех (на рисунке он обозначен буквой О). За один ход можно переложить орех на любое количество клеток или вправо, или вниз. Кто первый положит орех в правую нижнюю клетку, тот выиграет. Первый ход делает рыжий бельчонок. Кто из бельчат всегда может выиграть?

**Ответ.** Рыжий бельчонок.

**Решение.** Первым ходом рыжий бельчонок должен переложить орех в закрашенную клетку верхнего ряда, и после любого хода серого бельчонка перекладывать на закрашенные клетки. С этих клеток невозможно за один ход попасть в правую нижнюю клетку, поэтому серый бельчонок не сможет выиграть, как бы он ни ходил.



**Комментарий.** Полное обоснованное решение – 20 баллов. Стратегия в основном верная, но не использует первый ход – 15 баллов. В решении есть идея использования диагонали, но стратегия не прописана – 10 баллов. Решение проводится для прямоугольника других пропорций – 5 баллов. Приведены некоторые рассуждения, но они содержат ошибку – 2 балла. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

Красноярский математический центр СФУ